

Referenzbeispiel Geschoßdecke aus Brettstapel

Bemessung einer einachsigen gespannten Geschoßdecke nach ÖNORM B 1995-1-1:2014.

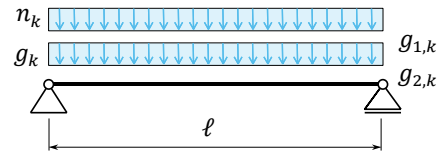
Berechnungsbeispiel

Markus Wallner-Novak

Walner-Mild Holzbaustoftware

Graz, 9.7.15

System



Annahme für die Bemessung der Decke: Einfeldträger über die Spannweite $\ell = 5,00$ m

Brettstapeldecke mit $h = 20$ cm, Festigkeitsklasse C 24 lt. EN 338:2013

Das entspricht einer Schlankheit von $\frac{h}{\ell} = \frac{20}{500} = \frac{1}{25}$

Anforderungen

Nutzungsklasse

Decke innerhalb des beheizten Gebäudes: *NKL 1*

Verformungsbeiwert k_{def} (laut ÖNORM B 1995-1-1:2014)

$$k_{def} = 0,6$$

Einwirkungen

Eigengewicht

mit der Rohdichte bzw. Wichte (Nadelholz laut ÖNORM B 1991-1-1:2011, Tabelle A.4)

$$\gamma = 5,5 \text{ kN/m}^3$$

$$g_{1,k} = \gamma \cdot A_{brut} =$$

$$g_{1,k} = 5,5 \cdot 1 \cdot 0,20 = 1,1 \text{ kN/m}^2$$

Ständige Auflasten

$$g_{2,k} = 2,8 \text{ kN/m}^2$$

Nutzlast

Nutzlast der Kategorie A: Wohnungen

zuzüglich eines Zwischenwandzuschlages laut EN 1991-1-1:2011, 6.3.1.2.8 (leichte Trennwände)

$$n_k = 2,0 \text{ kN/m}^2 + 0,5 \text{ kN/m}^2 = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

Lastdauer mittel lt. ÖNORM B 1995-1-1:2014, Tab. NA.2.2.

Bemessung

Grenzzustände der Tragfähigkeit GZT

Querschnittswerte

Widerstandsmoment

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{100 \cdot 20^2}{6} = 6\,667 \text{ cm}^3$$

Fläche zur Ermittlung der maximalen Schubspannung

$$A = b \cdot h = 100 \cdot 20 = 2\,000 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Einwirkung

maßgebende seltene Einwirkungskombination¹

$$q_d = \sum \gamma_G \cdot g_{i,k} + \gamma_Q \cdot q_{1,k} + \sum_{i>1} \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot q_{i,k}$$

Hier ist die Kombination g + n maßgebend:

$$q_d = 1,35 \cdot (1,1 + 2,8) + 1,5 \cdot 2,5 = 9,02 \text{ kN/m}$$

Zur NKL1 gehöriger Beiwert für die Lastdauer der in der maßgebenden Bemessungssituation am kürzesten wirkenden Last n_k (mittel) lt. ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle 3.1.

$$k_{mod} = 0,8$$

Auswirkungen der Einwirkung –Schnittgrößen

Querkraft

$$V_d = \frac{q_d \cdot \ell}{2} = \frac{9,02 \cdot 5,0}{2}$$

$$V_d = 22,54 \text{ kN}$$

Biegemoment

$$M_d = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{9,02 \cdot 5,00^2}{8}$$

$$M_d = 28,17 \text{ kNm}$$

Spannungen

Biegung: Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{m,y,d} \leq f_{m,y,d}$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_y}$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{28,17 \cdot 100}{6\,667} \cdot 10 = 4,23 \text{ N/mm}^2$$

¹ für das vorliegende Beispiel eines Einfeldträgers mit Gleichlast wird für eine einfachere Darstellung die Kombination für die geforderten Bemessungssituationen auf Ebene der Einwirkung vorgenommen.

In der Regel werden die Auswirkungen der einzelnen Einwirkungen ermittelt und für die geforderten Bemessungssituationen erst auf Ebene der Schnittgrößen oder der Spannungen für GZT und Durchbiegungen für GZG kombiniert.

Biegung: Bemessungswert des Widerstandes

$$f_{m,y,d} = k_{sys} \cdot k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_m}$$

Mit dem Teilsicherheitsbeiwert für Vollholz (laut ÖNORM B 1995-1-1:2014)

$$\gamma_m = 1,30$$

und dem Modifikationsbeiwert aus der maßgebenden Kombination

$$k_{mod} = 0,8$$

und dem Systembeiwert (laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Abschnitt 6.6)

$$k_{sys} = 1,1$$

und dem charakteristischen Wert der Biegefestigkeit der Bretter (C24 laut ÖNORM EN 338):

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = 1,1 \cdot 0,8 \cdot \frac{24}{1,30} = 16,24 \text{ N/mm}^2$$

Schub: Bemessungswert der Schubbeanspruchung

$$\tau_{v,d} \leq f_{v,d}$$

Allgemein gilt:

$$\tau_{v,d} = \frac{V_d \cdot S_y}{I_y \cdot b}$$

Für Rechtecke kann dies vereinfacht werden zu

$$\tau_{v,d} = 1,5 \cdot \frac{V_d}{A}$$

$$\tau_{v,d} = 1,5 \cdot \frac{22,54}{2\,000} \cdot 10 = 0,17 \text{ N/mm}^2$$

Schub: Bemessungswert des Widerstandes gegen Schubversagen

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_m}$$

$$f_{v,d} = 0,8 \cdot \frac{2,3}{1,30} = 1,41 \text{ N/mm}^2$$

Mit dem charakteristischen Wert der Rollschubfestigkeit (laut Tabelle NA.K.3)

$$f_{v,k} = 2,3 \text{ N/mm}^2$$

Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit GZT

Biegung

$$\sigma_{m,y,d} \leq f_{m,y,d}$$

$$4,32 \text{ N/mm}^2 \leq 16,24 \text{ N/mm}^2$$

[OK] Nachweis erfüllt (23%)

Schub

$$\tau_{v,d} \leq f_{v,d}$$

$$0,17 \text{ N/mm}^2 \leq 1,41 \text{ N/mm}^2$$

[OK] Nachweis erfüllt (11%)

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit GZG

Querschnittswerte, Materialkennwerte

Trägheitsmoment

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot 16^3}{12} = 66\,667 \text{ cm}^4$$

Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul für Vollholz C 24 wird laut ÖNORM EN 338:

$$E_{0,mean} = 11\,000 \text{ N/mm}^2$$

Biegesteifigkeit

Dies führt zu einer effektiven Biegesteifigkeit von

$$(EI)_L = 7\,333\,333 \text{ Nm}^2$$

Durchbiegungsanteile

$$w_{g1} = \frac{5 \cdot g_{1,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot (EI)_L} = \frac{5 \cdot 1,1 \cdot 5^4}{384 \cdot (EI)_L} \cdot 10^6 = 1,2 \text{ mm}$$

$$w_{g2} = \frac{5 \cdot g_{2,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot (EI)_L} = \frac{5 \cdot 2,8 \cdot 5^4}{384 \cdot (EI)_L} \cdot 10^6 = 3,1 \text{ mm}$$

$$w_n = \frac{5 \cdot n_k \cdot \ell^4}{384 \cdot (EI)_L} = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot 5^4}{384 \cdot (EI)_L} \cdot 10^6 = 2,8 \text{ mm}$$

Einwirkungskombinationen

charakteristische Bemessungssituation zur Ermittlung der Anfangsdurchbiegung w_{inst}

$$w_{inst} = \sum w_{G,i} + w_{Q,1} + \sum_{i>1} \psi_0 \cdot w_{Q,i}$$

Hier wird

$$w_{inst} = w_{g1} + w_{g2} + w_n = 1,2 + 3,1 + 2,8 = 7,1 \text{ mm}$$

Der Durchbiegungsanteil zufolge des Eigengewichts ($w_{g1,k}$) darf unberücksichtigt bleiben, wenn sich diese Verformungen nicht negativ auf Ausbauten (z. B. Zwischenwände, Einbauten) auswirken. Die Anfangsdurchbiegung ist dann:

$$w_{inst} = w_{g2} + w_n = 3,1 + 2,8 = 5,9 \text{ mm}$$

quasi-ständige Bemessungssituation zur Ermittlung der Enddurchbiegung $w_{net,fin}$

$$w_{net,fin} = \left(\sum w_{G,i} + \sum \psi_2 \cdot w_{Q,i} \right) \cdot (1 + k_{def})$$

Hier wird

$$w_{net,fin} = (g_{1,k} + g_{2,k} + 0,3 \cdot n_k) \cdot 1,6 =$$

$$w_{net,fin} = (1,2 + 3,1 + 0,3 \cdot 2,8) \cdot 1,6 = 8,3 \text{ mm}$$

Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit GZG

laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Nationale Festlegung zu ÖNORM EN 1995-1-1:2014, Abschnitt 7.2.2

Anfangsdurchbiegung

$$w_{inst} \leq \frac{\ell}{300}$$

$$7,1 \text{ mm} \leq \frac{5\,000}{300} = 16,7 \text{ mm}$$

[OK] Nachweis erfüllt (43%)

Enddurchbiegung

$$w_{net,fin} \leq \frac{\ell}{250}$$

$$8,3 \text{ mm} \leq \frac{4150}{250} = 20,0 \text{ mm}$$

[OK] Nachweis erfüllt (41%)

Schwingungen von Wohnungsdecken

Einordnung der Decke in die Deckenklasse hinsichtlich des Schwingungsverhaltens gemäß ÖNORM B 1995-1-1:2014.

Verhalten der Decke in Querrichtung

Länge und Breite des Deckenfeldes

$$\ell = 5,00 \text{ m}$$

$$b = 8,00 \text{ m}$$

Steifigkeiten

Steifigkeit des Deckenelements in Längsrichtung

$$(EI)_\ell = 7\,333\,333 \text{ Nm}^2$$

Steifigkeit des Estrichs

Dynamischer-E-Modul

$$h_b = 6 \text{ cm}$$

$$E_b = 26\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$I_b = \frac{100 \cdot h_b^3}{12} = \frac{100 \cdot 6^3}{12} = 1\,800 \text{ cm}^4$$

$$(EI)_b = 468\,000 \text{ Nm}^2$$

Schwingungsnachweise

Frequenzkriterium

Querverteilung

Verhältnis der Steifigkeiten

$$\frac{EI_b}{EI_\ell} = \frac{468\,000}{7\,333\,333} = 0,0638$$

Faktor zum Einfluss der Quertragfähigkeit

$$k_b = \sqrt{1 + \left(\frac{\ell}{b}\right)^4 \cdot \frac{(EI)_b}{(EI)_\ell}} = \sqrt{1 + \left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot \frac{468\,000}{7\,333\,333}} = 1,005$$

Der Quertragfähigkeit hat einen geringen Einfluss auf die erste Eigenfrequenz von 5‰.

Deckenmasse (aus den ständigen Einwirkungen)

$$g_k = 1,1 + 2,8 = 3,9 \text{ kN/m}^2$$

$$m = 9,81 \cdot \frac{1000}{g_k} = 398 \text{ kg/m}$$

Erste Eigenfrequenz

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot \ell^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_\ell}{m}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\ell}{b}\right)^4 \cdot \frac{(EI)_b}{(EI)_\ell}} = \frac{\pi}{2 \cdot \ell^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_\ell}{m}} \cdot k_b$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot 5,00^2} \cdot \sqrt{\frac{7\,333\,333}{398}} \cdot 1,005 = 8,57 \text{ Hz}$$

Zuordnung der Deckenklasse

$$f_1 \geq f_{\text{grenz}}$$

$$f_{\text{grenz}} = \begin{cases} 8 \text{ Hz} & \text{Deckenklasse I} \\ 6 \text{ Hz} & \text{Deckenklasse II} \\ - & \text{Deckenklasse III} \end{cases}$$

Nach dem **Frequenzkriterium** ist die Decke der **Deckenklasse I** zuzuordnen.

Steifigkeitskriterium

Statische Einzellast

$$F = 1,0 \text{ kN}$$

mitwirkende Breite (nach Gleichung NA. 7.2-E3)

$$b_F = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\ell}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{(EI)_b}{(EI)_\ell}} \\ \text{Deckenbreite } b \end{array} \right.$$

$$b_F = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{5,0}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{468\,000}{7\,333\,333}} = 2,28 \text{ m} \\ 8,00 \text{ m} \end{array} \right.$$

Durchbiegung in Feldmitte

$$w_{\text{stat}} = \frac{F \cdot \ell^3}{48 \cdot (EI)_\ell \cdot b_F}$$

$$w_{\text{stat}} = \frac{1 \cdot 5,0^3}{48 \cdot 7\,333\,333 \cdot 2,28} \cdot 10^5 = 0,16 \text{ mm}$$

Zuordnung der Deckenklasse

$$w_{\text{stat}} \leq w_{\text{grenz}}$$

$$w_{\text{grenz}} = \begin{cases} 0,25 \text{ mm} & \text{Deckenklasse I} \\ 0,50 \text{ mm} & \text{Deckenklasse II} \\ - & \text{Deckenklasse III} \end{cases}$$

Nach dem **Steifigkeitskriterium** ist die Decke der **Deckenklasse I** zuzuordnen.

Zusammenfassung des Schwingungsverhaltens

Hinsichtlich des Schwingungsverhaltens insgesamt erfüllt die Decke **Deckenklasse I** laut ÖNORM B 1995-1-1:2014.

[OK] Nachweis erfüllt

Beschleunigungskriterium

Anmerkung: Das Beschleunigungskriterium ist im vorliegenden Fall nicht zu untersuchen, da das Frequenzkriterium bereits erfüllt ist und die Beschleunigung als Kriterium nur für Decken unter der geforderten Mindestfrequenz anzuwenden ist. Die Beschleunigung wird hier also nur der Vollständigkeit halber berechnet.

Einzuhaltende Mindestfrequenz

$$f_1 \geq f_{min} = 4,5 \text{ Hz}$$

Mindestfrequenz erfüllt

Gewichtskraft einer auf der betrachteten Decke gehenden Person

$$F_0 = 700 \text{ N}$$

Für Decken mit geringerer Eigenfrequenz wird die Beschleunigung durch Gehen im Resonanzfall ermittelt und mit dem Grenzwert verglichen. Resonanz tritt ein, wenn die Erregerfrequenz durch Gehen gleich der Eigenfrequenz der Decke ist. Die dabei durch die Person abgegebene wirksame Kraft ist von der Schrittfrequenz bzw. der harmonischen – einer Vielfachen der Schrittfrequenz – abhängig. Bei höheren Frequenzen werden kleinere Kräfte abgegeben.

$$\alpha = e^{-0,4 \cdot f_1}$$

$$\alpha = e^{-0,4 \cdot 8,57} = 0,032$$

Der schwingungswirksame Anteil der Gewichtskraft bei der Frequenz f_1 beträgt hier nur 3%.

Der modale Dämpfungsgrad (Lehr'sches Dämpfungsmaß) laut Tabelle NA.7.2-E5 beträgt:

Holzbalkendecken und mechanisch verbundene Brettstapeldecken mit schwimmendem Estrich

$$\zeta = 0,03$$

Die modale Masse, also die schwingungswirksame Masse kann vereinfacht für einen Einfeldträger mit der Einflussbreite b_F ermittelt werden zu:

$$M^* = m \cdot \frac{\ell}{2} \cdot b_F$$

$$M^* = 398 \cdot \frac{5,0}{2} \cdot 2,28 = 2\,269 \text{ kg}$$

Der Effektivwert der Schwingbeschleunigung beträgt dann:

$$a_{rms} = \frac{0,4 \cdot \alpha \cdot F_0}{2 \cdot \zeta \cdot M^*}$$

$$a_{rms} = \frac{0,4 \cdot 0,032 \cdot 700}{2 \cdot 0,03 \cdot 2.269} = 0,066 \text{ m/s}^2$$

Der Wert 0,4 rührt daher, dass die Einwirkung beim Gehen sowohl ortsveränderlich als auch in ihrer Dauer begrenzt ist.

Zuordnung der Deckenklasse

Die Zuordnung zu einer Deckenklasse nach dem Beschleunigungskriterium ist nur notwendig, wenn das Frequenzkriterium nicht erfüllt werden kann.

$$a_{gr} = \begin{cases} 0,05 \text{ m/s}^2 & \text{Deckenklasse I} \\ 0,10 \text{ m/s}^2 & \text{Deckenklasse II} \\ - & \text{Deckenklasse III} \end{cases}$$

Nach dem **Beschleunigungskriterium** wäre die Decke der **Deckenklasse I** zuzuordnen.

Zusätzliche Bewertung nach statistischer Auswertung (informativ)

Anmerkung: H_u , $Chui^2$ haben durch statistische Auswertung von Messungen und Benutzerbefragungen folgendes Kriterium erstellt. Im angegebenen Kriterium werden keine **Deckenklassen** unterschieden.

$$\frac{18,7 \cdot w_{stat}^{0,44}}{f_1} \leq 1$$

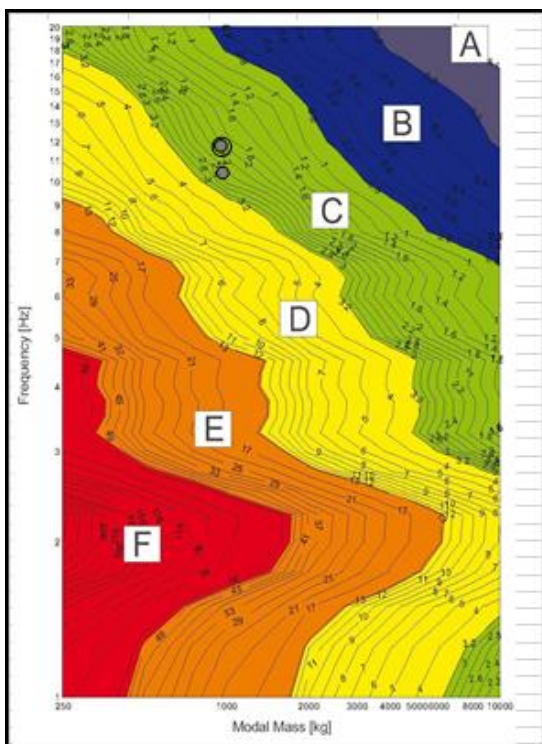
$$\frac{18,7 \cdot 0,16^{0,44}}{8,58} = 0,974 \leq 1$$

[OK] zusätzliches Schwingungskriterium nach $H_u, Chui$ erfüllt

Zusätzliche Bewertung nach Hivoss (informativ)

Anmerkung: Ein umfassendes Forschungsvorhaben mündete im [Hivoss](#)-Bericht EUR 21972 EN für die Beurteilung von Wohnungsdecken. Der darin enthaltene Bemessungsvorschlag berücksichtigt die Parameter Gesamtdämpfung, Eigenfrequenz und Modale Masse. In den Diagrammen wurden root-mean-square-Werte der Beschleunigungen ausgewertet. Für den vorliegenden Fall kann aus dem Diagramm etwa $0,5, RMS90 = 2,0 \text{ m/s}^2$ abgelesen werden.

[OK] Die Decke erfüllt Deckenklasse C nach EUR 21972 EN und liegt damit im empfohlenen Bereich



Wohngebäude	A	B	C	D	E	F
			Empfohlen		Kritisch	Nicht Empfohlen

² Hu L., Chui Y.: Development of a Design Method to Control Vibrations Induced by Normal Walking Action in Wood-Based Floors, Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering, Vol. II: 217-222, Lahti, Finland