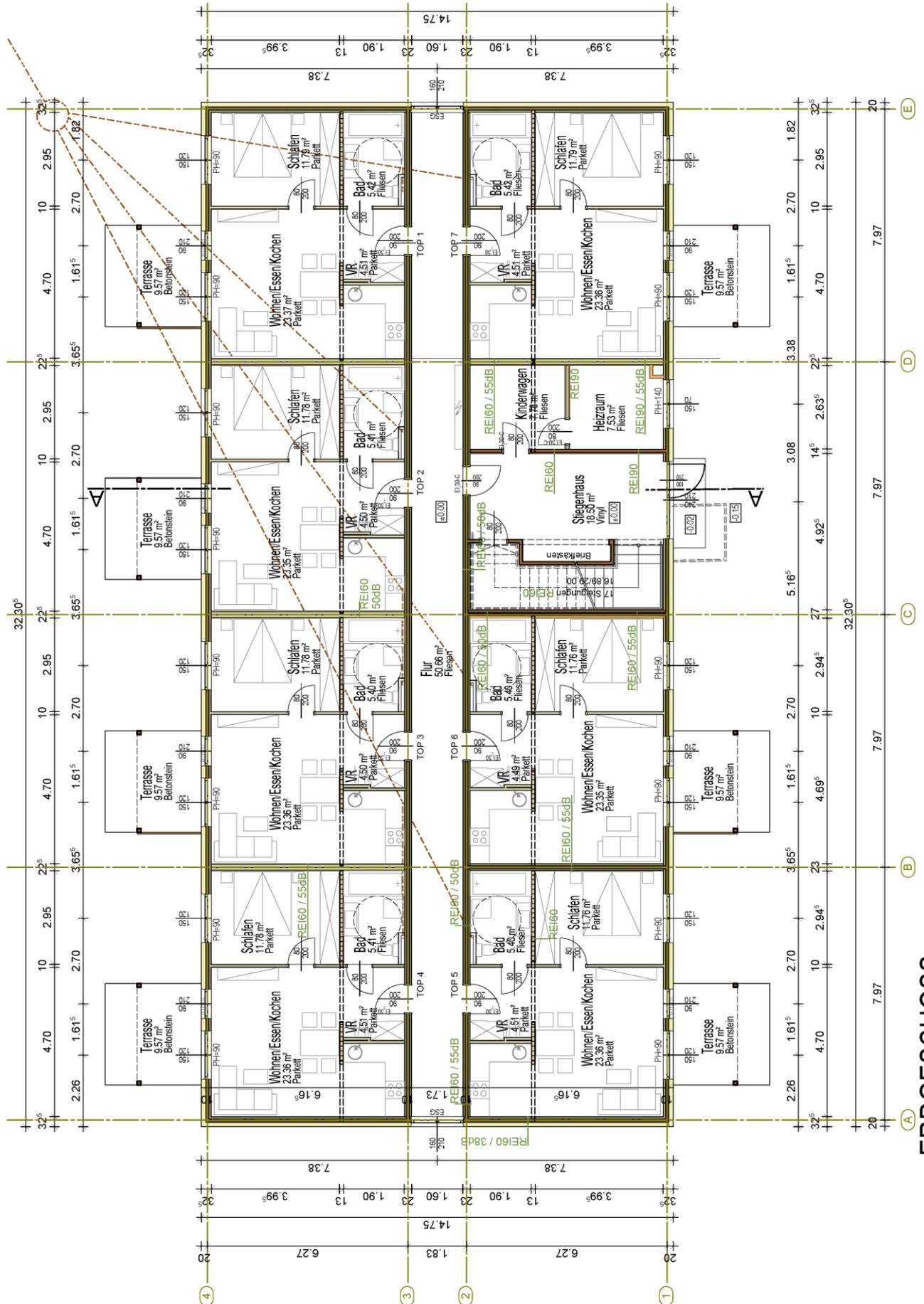


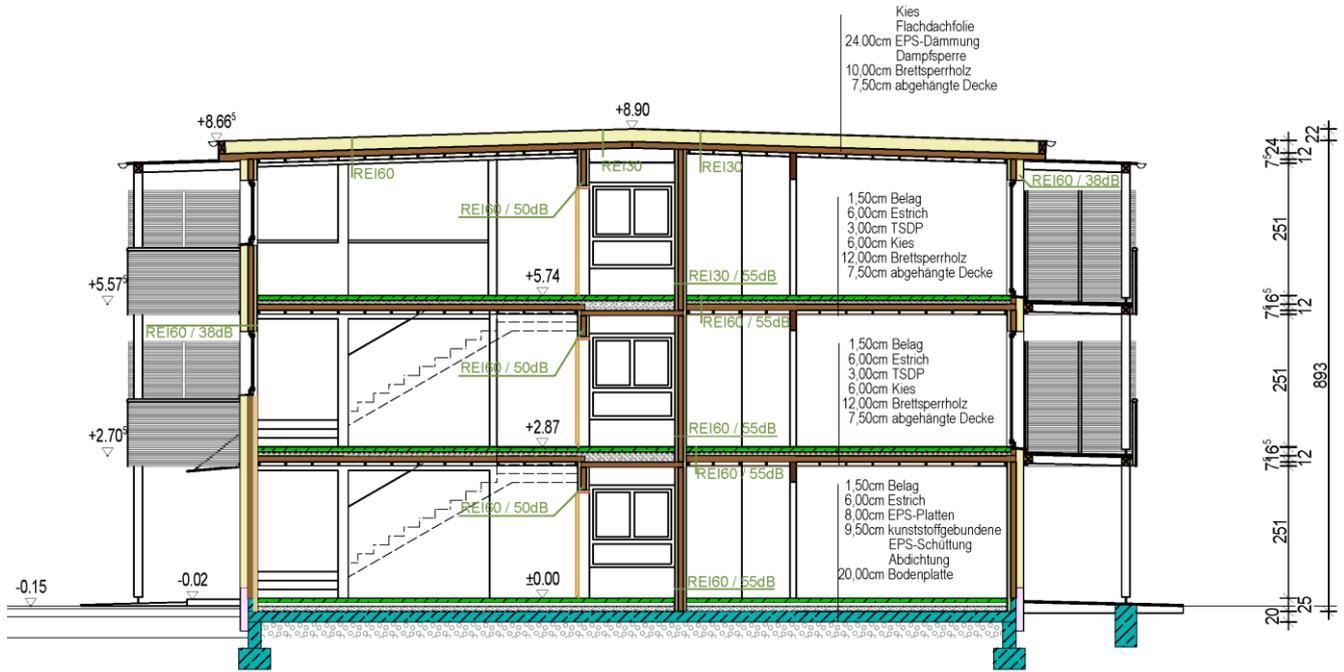
Beispiel Decke

Bemessung einer einachsigen gespannten Geschoßdecke nach dem Leitfaden Brettsperrholz | Bemessung und ÖNORM B 1995-1-1:2014, Anhang K.

Berechnungsbeispiel im Rahmen des Seminars
Brettsperrholz | Bemessung

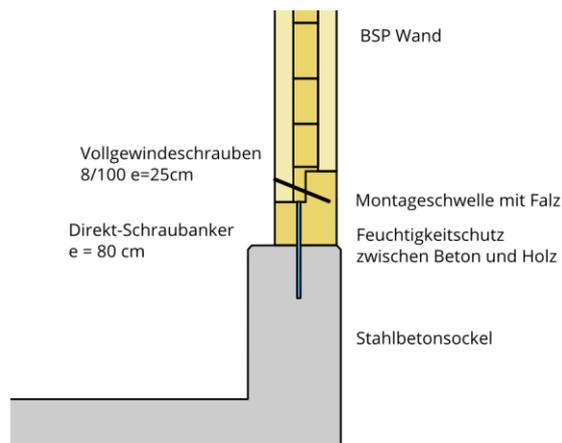
Markus Wallner-Novak
Walner-Mild Holzbausoftware
Graz, 25.3.15



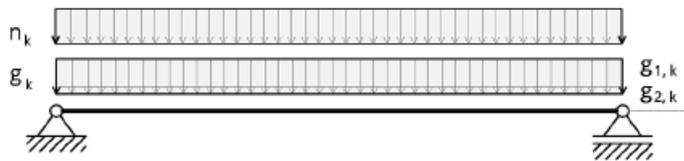


SCHNITT **A-A**

Fußdetail BSP Wand



System



Annahme für die Bemessung der Decke: Einfeldträger über die Spannweite $\ell = 4,15$ m

Anforderungen

Nutzungsklasse

Decke innerhalb des beheizten Gebäudes: NKL 1

Verformungsbeiwert k_{def} (laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Tabelle NA.K.2)

$$k_{def} = 0,8$$

Vorbemessung

... auf Grund der Plattenschlankheit

$$\frac{h}{\ell} \approx \frac{1}{30} \div \frac{1}{20}$$

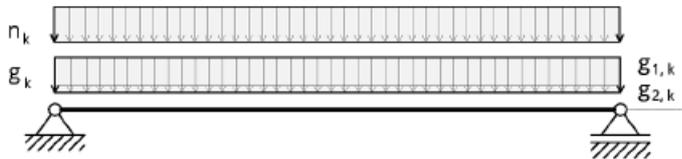
$$h = \frac{4\,150}{30} \div \frac{4\,150}{20} = 138 \div 207 \text{ mm}$$

... gewählt

Fiktiver BSP-Querschnitt gemäß Brettspertholz | Bemessung (Rückseite)

BSP 160 L5s (40l-20w-40l-20w-40l)

Einwirkungen



Eigengewicht

$$g_{1,k} = \gamma \cdot A_{brut} =$$

$$g_{1,k} = 5,0 \cdot 1 \cdot 0,16 = 0,8 \text{ kN/m}^2$$

mit der Rohdichte bzw. Wichte (für *Weichholz-Sperrholz* laut EN 1991-1-1:2011, Tabelle A.3)

$$\rho_{mean} = 500 \text{ kg/m}^3 \rightarrow \gamma = 5,0 \text{ kN/m}^3$$

Ständige Auflasten

$$g_{2,k} = 2,8 \text{ kN/m}^2$$

Nutzlast

Nutzlast der Kategorie A: Wohnungen

zuzüglich eines Zwischenwandzuschlages laut EN 1991-1-1:2011, 6.3.1.2.8 (leichte Trennwände)

$$n_k = 2,0 \text{ kN/m}^2 + 0,5 \text{ kN/m}^2 = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

Lastdauer mittel.

Bemessung

Grenzzustände der Tragfähigkeit GZT

Querschnittswerte (Brettsper Holz | Bemessung Rückseite)

Widerstandsmoment

$$W_{0,net} = 3\,800 \text{ cm}^3$$

Äquivalente Fläche zur Ermittlung der maximalen Rollschubspannung

$$A_{R,\tau} = 1\,900 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Einwirkung

maßgebende seltene Einwirkungskombination¹

$$q_d = \sum \gamma_G \cdot g_{i,k} + \gamma_Q \cdot q_{1,k} + \sum_{i>1} \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot q_{i,k}$$

Hier ist die Kombination g + n maßgebend:

$$q_d = 1,35 \cdot (0,8 + 2,8) + 1,5 \cdot 2,5 = 8,61 \text{ kN/m}$$

Zur NKL1 gehöriger Beiwert für die Lastdauer der in der maßgebenden Bemessungssituation am kürzesten wirkenden Last n_k (mittel):

$$k_{mod} = 0,8$$

Auswirkungen der Einwirkung -Schnittgrößen

$$M_d = \frac{q_d \cdot \ell^2}{8}$$

$$M_d = 18,54 \text{ kNm}$$

$$V_d = \frac{q_d \cdot \ell}{2}$$

$$V_d = 17,87 \text{ kN}$$

Spannungen

Biegung: Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{m,y,d} \leq f_{m,y,d}$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_d}{W_{net}}$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{18,54 \cdot 100}{3\,800} \cdot 10 = 4,88 \text{ N/mm}^2$$

Biegung: Bemessungswert des Widerstandes

$$f_{m,y,d} = k_{sys} \cdot k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_m}$$

Mit dem Teilsicherheitsbeiwert für Brettsper Holz (laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Anhang K)

¹ für das vorliegende Beispiel eines Einfeldträgers mit Gleichlast wird für eine einfachere Darstellung die Kombination für die geforderten Bemessungssituationen auf Ebene der Einwirkung vorgenommen.

In der Regel werden die Auswirkungen der einzelnen Einwirkungen ermittelt und für die geforderten Bemessungssituationen erst auf Ebene der Schnittgrößen oder der Spannungen für GZT und Durchbiegungen für GZG kombiniert.

$$\gamma_m = 1,25$$

und dem Modifikationsbeiwert aus der maßgebenden Kombination

$$k_{mod} = 0,9$$

und dem Systembeiwert (laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Anhang K)

$$k_{sys} = 1,2$$

und dem charakteristischen Wert der Biegefestigkeit der Bretter (C24 laut ÖNORM EN 338):

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = 1,2 \cdot 0,9 \cdot \frac{24}{1,25} = 17,28 \text{ N/mm}^2$$

Schub: Bemessungswert der Rollschubbeanspruchung

$$\tau_{V,R,d} \leq f_{V,R,d}$$

Allgemein gilt:

$$\tau_{V,R,d} = \frac{V_d \cdot S_{net}}{I_{net} \cdot b}$$

Mit rückgerechneten Querschnittswerten kann vereinfacht werden zu

$$\tau_{V,R,d} = 1,5 \cdot \frac{V_d}{A_{R,\tau}}$$

$$\tau_{V,R,d} = 1,5 \cdot \frac{17,87}{1\,900} \cdot 10 = 0,14 \text{ N/mm}^2$$

Schub: Bemessungswert des Widerstandes gegen Rollschubversagen

$$f_{V,R,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{V,R,k}}{\gamma_m}$$

$$f_{V,R,d} = 0,8 \cdot \frac{0,7}{1,25} = 0,45 \text{ N/mm}^2$$

Mit dem charakteristischen Wert der Rollschubfestigkeit (laut Tabelle NA.K.3)

$$f_{V,R,k} = 0,7 \text{ N/mm}^2$$

Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit GZT

Biegung

$$\sigma_{m,y,d} \leq f_{m,y,d}$$

$$4,88 \text{ N/mm}^2 \leq 17,28 \text{ N/mm}^2$$

[OK] Nachweis erfüllt (28%)

Rollschub

$$\tau_{V,R,d} \leq f_{V,R,d}$$

$$0,14 \text{ N/mm}^2 \leq 0,45 \text{ N/mm}^2$$

[OK] Nachweis erfüllt (31%)

Anmerkung. Die Schubspannung in den Längslagen kann bei Brettspertholz aus kombiniert aufgebauten Brettlagen unterschiedlicher Festigkeitsklassen maßgebend werden.

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit GZG – Gamma-Verfahren

Querschnittswerte, Materialkennwerte

Trägheitsmoment

Trägheitsmoment für die effektive Länge $\ell = 4,15 \text{ m}$

$$I_{ef} = 27\,722 \text{ cm}^4$$

Das effektive Trägheitsmoment beträgt 91% des Netto-Trägheitsmoments I_{net} . Dies entspricht einem Anteil der Schubverformung an der Gesamtverformung von etwa 10%.

Angaben für das effektive Trägheitsmoment Anhängig von der effektiven Länge laut Brettsper Holz | Bemessung

$$\text{für } 4 \text{ m: } I_{ef} = 27\,580 \text{ cm}^4$$

$$\text{für } 5 \text{ m: } I_{ef} = 28\,529 \text{ cm}^4$$

Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul für die Lamellen in Brettsper Holz wird laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Tabelle NA.K.3 aus dem E-Modul der Lamellen ermittelt:

$$E_{0,mean} = 1,05 \cdot 11\,000 = 11\,550 \text{ N/mm}^2$$

Biegesteifigkeit

Dies führt zu einer effektiven Biegesteifigkeit von

$$EI_{ef} = 3\,202 \text{ kNm}^2$$

Einwirkungskombinationen²

charakteristische Bemessungssituation zur Ermittlung der Anfangsdurchbiegung w_{inst}

$$q_{inst,k} = \sum g_{i,k} + q_{1,k} + \sum_{i>1} \psi_0 \cdot q_{i,k}$$

Hier wird

$$q_{inst,k} = g_{1,k} + g_{2,k} + n_k = 0,8 + 2,8 + 2,5 = 6,1 \text{ kN/m}$$

quasi-ständige Bemessungssituation zur Ermittlung der Enddurchbiegung $w_{net,fin}$

$$q_{fin,k} = \left(\sum g_{i,k} + \sum \psi_2 \cdot q_{i,k} \right) \cdot (1 + k_{def})$$

Hier wird

$$q_{fin,k} = (g_{1,k} + g_{2,k} + 0,3 \cdot n_k) \cdot 1,8 =$$

$$q_{fin,k} = (0,8 + 2,8 + 0,3 \cdot 2,5) \cdot 1,8 = 7,83 \text{ kN/m}$$

² für das vorliegende Beispiel eines Einfeldträgers mit Gleichlast wird für eine einfachere Darstellung die Kombination für die geforderten Bemessungssituationen auf Ebene der Einwirkung vorgenommen.

In der Regel werden die Auswirkungen der einzelnen Einwirkungen ermittelt und für die geforderten Bemessungssituationen erst auf Ebene der Schnittgrößen oder der Spannungen für GZT und Durchbiegungen für GZG kombiniert.

Anfangsdurchbiegung

$$w_{inst} = \frac{5 \cdot q_{inst,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot EI_{ef}} =$$

$$w_{inst} = \frac{5 \cdot 6,1 \cdot 4,15^4}{384 \cdot 3\,202} \cdot 1\,000 = 7,36 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung

$$w_{net,fin} = \frac{5 \cdot q_{fin,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot EI_{ef}} =$$

$$w_{net,fin} = \frac{5 \cdot 7,83 \cdot 4,15^4}{384 \cdot 3\,202} \cdot 1\,000 = 9,44 \text{ mm}$$

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit GZG –Timoshenko-Verfahren

Querschnittswerte

Trägheitsmoment

$$I_{net} = 30\,400 \text{ cm}^4$$

Elastizitätsmodul

$$E_{0,mean} = 11\,550 \text{ N/mm}^2$$

Biegesteifigkeit

$$E \cdot I_{net} = 3\,511 \text{ kNm}^2$$

Schubsteifigkeit

Steifigkeit der Schubflächen ohne Berücksichtigung der Schubspannungsverteilung:

$$GA_{net} = \sum G_i \cdot A_i$$

Schubkorrekturfaktor aus Querschnittswerten (z.B. Brettsper Holz | Bemessung, Rückseite)³

$$\kappa = 0,208$$

$$GA_s = \kappa \cdot GA_{net} = 0,208 \cdot 85\,400 = 17\,763 \text{ kN}$$

Anfangsdurchbiegung

$$w_{inst} = \frac{5 \cdot q_{inst,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot EI_{net}} + \frac{q_{inst,k} \cdot \ell^2}{8 \cdot GA_s} =$$

$$w_{inst} = \frac{5 \cdot 6,1 \cdot 4,15^4}{384 \cdot 3\,511} \cdot 1000 + \frac{6,1 \cdot 4,15^2}{8 \cdot 17\,763} \cdot 1000 =$$

$$w_{inst} = 6,71 + 0,74 = 7,45 \text{ mm}$$

(der Anteil der Schubverformung an der Gesamtverformung beträgt 10%)

Enddurchbiegung

$$w_{net,fin} = \frac{5 \cdot q_{fin,k} \cdot \ell^4}{384 \cdot EI_{net}} + \frac{q_{fin,k} \cdot \ell^2}{8 \cdot GA_s} =$$

$$w_{inst} = \frac{5 \cdot 7,83 \cdot 4,15^4}{384 \cdot 3\,511} \cdot 1000 + \frac{7,83 \cdot 4,15^2}{8 \cdot 17\,763} \cdot 1000 =$$

$$w_{inst} = 8,61 + 0,95 = 9,56 \text{ mm}$$

³ Der Schubkorrekturfaktor κ im BSP-Leitfaden wurde mit Rollschubmoduln nach technischen Zulassungen ermittelt. Nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 dürfen höhere Werte für den Rollschubmodul angesetzt werden:

Schubmodul der Brettlagen quer zur Faserrichtung laut ÖNORM EN 338:2009, Tabelle 1

$$G_{0,mean} = 690 \text{ N/mm}^2$$

Rollschubmodul der Brettlagen laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Anhang K, Tabelle NA.K.3

$$G_{90,mean} = 65 \text{ N/mm}^2$$

Daraus ergibt sich für das betrachtete Element:

$$\kappa = 0,260$$

Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit GZG

laut ÖNORM B 1995-1-1:2014, Nationale Festlegung zu ÖNORM EN 1995-1-1:2014, Abschnitt 7.2.2

Anfangsdurchbiegung

$$w_{inst} \leq \frac{\ell}{300}$$

$$7,36 \text{ mm} \leq \frac{4150}{300} = 13,83 \text{ mm}$$

[OK] Nachweis erfüllt (53%)

Enddurchbiegung

$$w_{fin} \leq \frac{\ell}{250}$$

$$9,44 \text{ mm} \leq \frac{4150}{250} = 16,60 \text{ mm}$$

[OK] Nachweis erfüllt (56%)

Schwingungen von Wohnungsdecken

Einordnung der Decke in die Deckenklasse hinsichtlich des Schwingungsverhaltens gemäß ÖNORM B 1995-1-1:2014.

Verhalten der Decke in Querrichtung

Länge und Breite des Deckenfeldes

$$\ell = 4,15 \text{ m}$$

$$b = 8,00 \text{ m}$$

Verhältnis der Abmessungen

$$\frac{\ell}{b} = \frac{4,15}{8,00} = 0,519$$

Steifigkeiten

Steifigkeit des Brettspertholz-Elements in Längsrichtung

$$EI_{\ell} = EI_{ef} = 3\,202 \text{ kNm}^2$$

Steifigkeit des Brettspertholz-Elements in Querrichtung

$$I_{90,ef} = 3\,685 \text{ cm}^4$$

$$EI_{90,BSP,ef} = \frac{11\,550}{10} \cdot \frac{3\,685}{100^2} = 423 \text{ kNm}^2$$

Steifigkeit des Estrichs

Dynamischer-E-Modul

$$E_{Estrich} = 26\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$h_{Estrich} = 6 \text{ cm}$$

$$I_{Estrich} = \frac{100 \cdot 6^3}{12} = 1\,800 \text{ cm}^4$$

$$EI_{Estrich} = E_{Estrich} \cdot I_{Estrich} = \frac{26\,000}{10} \cdot \frac{1\,800}{100^2} = 468 \text{ kNm}^2$$

Gesamte Steifigkeit quer zur Spannrichtung

$$EI_b = EI_{90} = EI_{90,BSP,ef} + EI_{Estrich}$$

$$EI_b = 423 + 468 = 891 \text{ kNm}^2$$

Schwingungsnachweise

Frequenzkriterium

Querverteilung

Verhältnis der Steifigkeiten

$$\frac{EI_b}{EI_\ell} = \frac{891}{3202} = 0,28$$

Faktor zum Einfluss der Quertragfähigkeit

$$k_b = \sqrt{1 + \left(\frac{\ell}{b}\right)^4 \cdot \frac{(EI)_b}{(EI)_\ell}}$$

$$k_b = \sqrt{1 + 0,519^4 \cdot 0,28} = 1,01$$

Deckenmasse (aus den ständigen Einwirkungen)

$$g_k = 3,6 \text{ kN/m}^2$$

$$m = 9,81 \cdot \frac{1000}{g_k} = 367 \text{ kg/m}^2$$

Erste Eigenfrequenz

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot \ell^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_\ell}{m}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\ell}{b}\right)^4 \cdot \frac{(EI)_b}{(EI)_\ell}}$$

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \cdot 4,15^2} \cdot \sqrt{\frac{3\,202\,000}{367}} \cdot 1,01 = 8,60 \text{ Hz}$$

Zuordnung der Deckenklasse

$$f_1 \geq f_{\text{grenz}}$$

$$f_{\text{grenz}} = \begin{cases} 8 \text{ Hz} & \text{Deckenklasse I} \\ 6 \text{ Hz} & \text{Deckenklasse II} \\ - & \text{Deckenklasse III} \end{cases}$$

Nach dem Frequenzkriterium ist die Decke der Deckenklasse I zuzuordnen.

Steifigkeitskriterium

Statische Einzellast

$$F = 1,0 \text{ kN}$$

mitwirkende Breite (nach Gleichung NA. 7.2-E3)

$$b_F = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\ell}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{(EI)_b}{(EI)_\ell}} \\ \text{Deckenbreite } b \end{array} \right.$$

$$b_F = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{4,15}{1,1} \cdot \sqrt[4]{0,28} = 2,744 \text{ m} \\ 8,00 \end{array} \right.$$

Durchbiegung in Feldmitte

$$w_{stat} = \frac{F \cdot \ell^3}{48 \cdot (EI)_\ell \cdot b_F}$$

$$w_{stat} = \frac{1 \cdot 4,15^3}{48 \cdot 3 \cdot 202 \cdot 2,744} \cdot 1000 = 0,17 \text{ mm}$$

Zuordnung der Deckenklasse

$$w_{stat} \leq w_{grenz}$$

$$w_{gr} = \begin{cases} 0,25 \text{ mm} & \text{Deckenklasse I} \\ 0,50 \text{ mm} & \text{Deckenklasse II} \\ - & \text{Deckenklasse III} \end{cases}$$

Nach dem Steifigkeitskriterium ist die Decke der Deckenklasse I zuzuordnen.

Zusammenfassung des Schwingungsverhaltens

Hinsichtlich des Schwingungsverhaltens erfüllt die Decke Deckenklasse I laut ÖNORM B 1995-1-1:2014.

[OK] Nachweis erfüllt

Beschleunigungskriterium

Anmerkung: Das Beschleunigungskriterium ist im vorliegenden Fall nicht zu untersuchen, da Frequenzkriterium und Steifigkeitskriterium bereits erfüllt sind. Die Beschleunigung wird hier also nur der Vollständigkeit halber berechnet.

Einzuhaltende Mindestfrequenz

$$f_1 \geq f_{min} = 4,5 \text{ Hz}$$

Mindestfrequenz erfüllt

Gewichtskraft einer auf der betrachteten Decke gehenden Person

$$F_0 = 700 \text{ N}$$

$$\alpha = e^{-0,4 \cdot f_1}$$

$$\alpha = e^{-0,4 \cdot 8,6} = 0,03206$$

modaler Dämpfungsgrad (Lehr'sches Dämpfungsmaß) laut Tabelle NA. 7.6

Brettsper Holzdecken mit schwimmendem Estrich und schwerem Fußbodenaufbau

$$\zeta = 0,04$$

Modale Masse

$$M^* = m \cdot \frac{l}{2} \cdot b_F$$

$$M^* = 367 \cdot \frac{4,15}{2} \cdot 2,744 = 2\,089 \text{ kg}$$

Effektivwert der Schwingbeschleunigung

$$a_{rms} = \frac{0,4 \cdot \alpha \cdot F_0}{2 \cdot \zeta \cdot M^*}$$

$$a_{rms} = \frac{0,4 \cdot 0,03206 \cdot 700}{2 \cdot 0,04 \cdot 2\,089} = 0,05 \text{ m/s}^2$$

Zuordnung der Deckenklasse

Die Zuordnung zu einer Deckenklasse nach dem Beschleunigungskriterium ist nur notwendig, wenn das Frequenzkriterium nicht erfüllt werden kann.

$$a_{gr} = \begin{cases} 0,05 \text{ m/s}^2 & \text{Deckenklasse I} \\ 0,10 \text{ m/s}^2 & \text{Deckenklasse II} \\ - & \text{Deckenklasse III} \end{cases}$$

Nach dem Beschleunigungskriterium wäre die Decke der Deckenklasse I zuzuordnen.